

УДК 621.771.01

Сатонин А. В.
Бобух В. И.
Жуков П. Л.
Картавенко А. С.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГОСИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКИ С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР

Дальнейшее развитие технологий и оборудования по производству плоского металлопроката являющегося одной из наиболее существенных позиций экспорта металлургического комплекса Украины, неразрывно связано с коренным совершенствованием соответствующих технологий и оборудования. Отмеченное наряду с необходимостью обеспечения максимальной экономии материальных ресурсов свидетельствует о целесообразности развития и методов расчета процесса горячей прокатки, в том числе и за счет учета неравномерности распределений температур, а, следовательно, и механических свойств, по толщине прокатываемых относительно толстых листов и полос. В работах представленных ранее [1] не учитывалась неравномерность распределения температуры по толщине проката, что приводит к получению неточных результатов при математическом моделировании энергосиловых параметров процесса горячей прокатки относительно толстых листов. С точки зрения математического моделирования энергосиловых параметров процесса горячей прокатки учет неравномерного распределения температур может быть осуществлен на основе методов верхней [2] и нижней [3] оценки путем разбиения по толщине, например, верхней половины очага деформации на две составляющие, имеющие температуры соответственно, t_1 и t_2 (см. рис. 1, а).

Целью данной работы является учет не монотонности распределения температур по толщине прокатываемого толстого листа с помощью методов верхней и нижней оценки.

Метод верхней оценки заключается в построении полей характеристик в физической плоскости (см. рис. 1, а) и в плоскости годографа скоростей (см. рис. 1, б), и в последующем количественном анализе суммарной мощности сдвига, а вместе с этим и энергосиловых параметров собственно процесса прокатки.

Проведя оси X и Y в физической плоскости годографа скоростей, как это показано на рис. 1, а определим геометрические координаты особых точек 1, 2, 3:

$$X_1 = 0,0; Y_1 = h_1 / 2; X_2 = L; Y_2 = h_0 / 2; Y_3 = 0,0, \quad (1)$$

где $L = \sqrt{R\Delta h - (\Delta h^2 / 4)}$ – длина очага деформации;

h_0, h_1 – толщина до и после прокатки;

$\Delta h = h_0 - h_1$ – абсолютное обжатие;

R – радиус рабочих валков.

Здесь следует отметить, что количественная оценка геометрической координаты X особой точки 3 в абсолютном X_3 и относительном $S = X_3 / L$ измерениях являются величиной варьируемой исходя из условия минимума мощности сдвига.

Угловые характеристики β_0 и β_1 будут определены как:

$$\beta_1 = \arctg(Y_1 / X_3); \beta_2 = \arctg[Y_2 / (Y_2 - X_3)]. \quad (2)$$

Проставив угловые характеристики на плоскость годографа скоростей (рис. 1, б), учитывая параллельность следующих линий: 23 и 45, 12 и 05, 13 и 56, а также задавшись масштабным значением исходной скорости, V_0 определим геометрические координаты особых точек 4, 6 (см. рис. 1, б):

$$V_{x4} = V_0; V_{y4} = 0,0; V_{x6} = V_1 = V_0 h_0 / h_1; V_{y6} = 0,0. \quad (3)$$

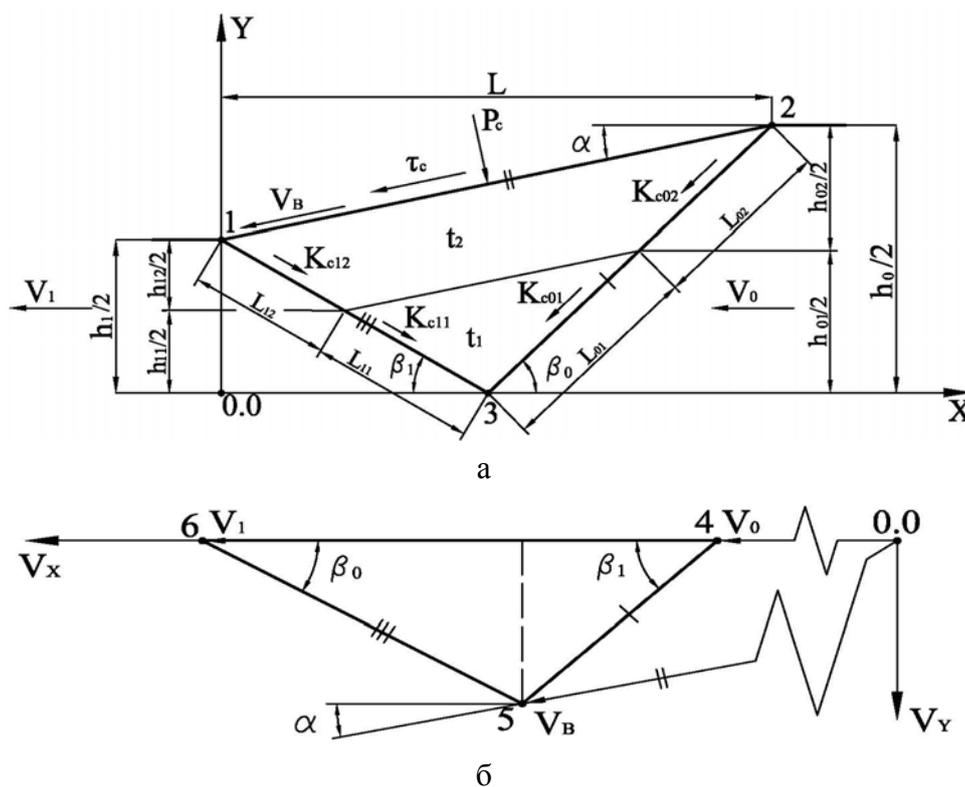


Рис. 1. Кинематически возможные поля характеристик в физической плоскости (а) и плоскости годографа скоростей (б), имеющие место при прокатке относительно толстых листов и полос с изменяющейся по их толщине температурой

Геометрические координаты особой точки 5 в свою очередь могут быть определены через угловые составляющие β_0 и β_1 :

$$V_{y5} = (V_{x5} - V_{x4}) \operatorname{tg} \beta_0 = (V_{x6} - V_{x5}) \operatorname{tg} \beta_1, \quad (4)$$

преобразуем данное уравнение:

$$V_{x5} = \frac{V_{x6} \operatorname{tg} \beta_1 + V_{x4} \operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_0 + \operatorname{tg} \beta_1}. \quad (5)$$

В результате подстановки формулы (5) в уравнение (4), получим:

$$V_{y5} = \left(\frac{V_{x6} \operatorname{tg} \beta_1 + V_{x4} \operatorname{tg} \beta_0}{\operatorname{tg} \beta_0 + \operatorname{tg} \beta_1} - V_{x4} \right) \operatorname{tg} \beta_0.$$

Определи следующие геометрические параметры:

$$\begin{aligned} L_{01} &= h_{01} / 2 \cdot \sin \beta_0; L_{02} = h_{02} / 2 \cdot \sin \beta_0; \\ L_{11} &= h_{11} / 2 \cdot \sin \beta_1; L_{12} = h_{12} / 2 \cdot \sin \beta_1, \end{aligned} \quad (6)$$

где h_{01} , h_{02} , h_{11} , h_{12} – толщина металла каждой составляющей до и после прокатки (см. рис. 1, а).

С учетом известных геометрических координат особых точек в физической плоскости (рис. 1, а) и в плоскости годографа (рис 1, б) суммарная мощность сдвига, для каждого элементарного объема, может быть определена как:

$$N_f = K_{c01} \cdot L_{01} \cdot L_{45} + K_{c02} \cdot L_{02} \cdot L_{45} + K_{c11} \cdot L_{11} \cdot L_{56} + K_{c12} \cdot L_{12} \cdot L_{56}, \quad (7)$$

где $L_{45} = \sqrt{(V_{x5} - V_{x4})^2 + V_{y5}^2}$ – длина отрезка 45 на годографе скоростей (см. рис. 1, б);

$L_{56} = \sqrt{(V_{x6} - V_{x5})^2 + V_{y5}^2}$ – длина отрезка 56 на годографе скоростей (см. рис. 1, б);

$$K_{c01(2)} = \frac{1,155}{2} \left[\sigma_{T0} \cdot \left(\frac{t_{1(2)}}{1000} \right)^c \right] – \text{среднеинтегральное по длине очага деформации значение сопротивления сдвига, на входе в очаг деформации, для внутренних (} K_{c01} \text{) и наружных составляющих (} K_{c02} \text{);}$$

где $\varepsilon = \Delta h/h_0$ – относительное обжатие;

$$K_{c11(2)} = \frac{1,155}{2} \left[\sigma_{T0} \cdot U^a \left(\frac{20}{3} \varepsilon \right)^b \left(\frac{t_{1(2)}}{1000} \right)^c \right] – \text{среднеинтегральное по длине очага деформации значение сопротивления сдвига, на выходе из очага деформации, для внутренних (} K_{c11} \text{) и наружных составляющих (} K_{c12} \text{);}$$

где $U = V_1 \times \varepsilon/L$ – скорость деформации;

V_1 – скорость прокатки;

a, b, c – постоянные для каждого отдельного металла или сплава коэффициенты, характеризующие степень влияния соответственно скорости деформации, степени деформации и температуры.

Также следует отметить то, что расчет формулы (7) с варьируемой величиной X_3 , приведет к получению массива данных, а так как любая система стремится к минимуму энергии, искомой величиной будет выступать минимальная мощность формоизменения $N_{f \min}$. По мере определения $N_{f \min}$ для каждой составляющей верхней половины очага деформации, учитывая, что вся активная энергия вводится касательными контактными напряжениями со стороны рабочих валков, их среднеинтегральное значение τ_c может быть определено, как $\tau_c = \frac{N_{f \min}}{V_B \cdot L / \cos \alpha}$.

Из условия равновесия всех сил на ось X величина среднеинтегральных значений нормальных контактных напряжений $p_c = \tau_c / \operatorname{tg} \alpha$, где $\alpha = \operatorname{arctg}[(h_0 - h_1)/2L]$ – угол наклона хорды, аппроксимирующей контактную поверхность рабочего валка к горизонтали (см. рис. 1, а).

Также могут быть определены величина силы $P/b = L(p_c + \tau_c \cdot \operatorname{tg} \alpha)$ и момента при прокатке $M/b = 2\tau_c LR$.

Помимо метода верхней оценки, решение поставленной задачи также было произведено на основе метода нижней оценки, заключающегося в построении и последующем количественном анализе полей характеристик в физической плоскости, соответствующих условиям статического равновесия.

Используемые в этом случае расчетные схемы полей характеристик в физической плоскости XY , рассматриваемых только применительно к верхней половине очага деформации и отвечающих основным положениям метода полей линий скольжения [4], представлены на рис. 2.

По отношению к нормальным осевым напряжениям σ_{y2} , действующим в особой точке 2 рассматриваемого поля характеристик в физической плоскости (см. рис. 2), на основе соотношений Мора [5] можно записать:

$$\sigma_{y2} = \sigma_{\Gamma12} + K_{c02} \sin 2\varphi_{12} = \sigma_{\Gamma23} + K_{c01} \sin 2\varphi_{23}. \quad (8)$$

Или в окончательном виде:

$$\sigma_{y2} = \sigma_{\Gamma12} + K_{c02} \sin 2(\pi/4 + \Delta\varphi_2) = \sigma_{\Gamma23} + K_{c01} \sin 2 \cdot \pi/4 = \sigma_{\Gamma23} + K_{c01}, \quad (9)$$

где $\varphi_{12} = \varphi_{34} = \pi/4$ – углы подхода соответствующих характеристик к горизонтальным плоскостям;

$\Delta\varphi_2 = \varphi_{12} - \varphi_{23}$ – угол поворота характеристики 123 в особой точке 2, принадлежащей плоскости сопряжения различных составляющих.

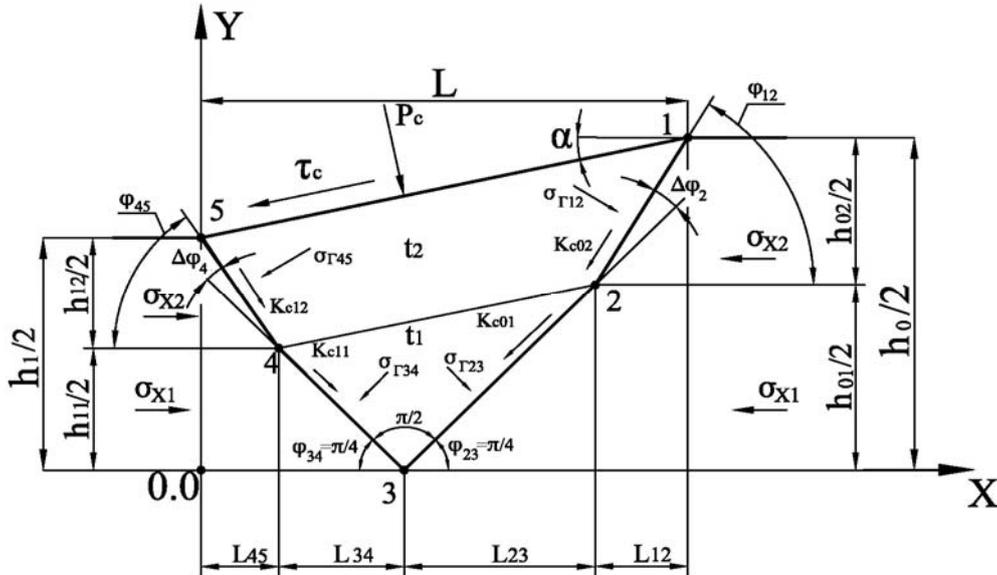


Рис. 2. Расчетная схема поля характеристик в физической плоскости применительно к математическому моделированию на основе метода нижней оценки

С другой стороны, гидростатические напряжения $\sigma_{\Gamma12}$ и $\sigma_{\Gamma23}$, действующие в рамках соответствующих характеристик, связаны между собой функционально соотношением Генки [5]:

$$\sigma_{\Gamma12} = \sigma_{\Gamma23} + 2K_{c02}\Delta\varphi_2. \quad (10)$$

И, наконец, рассмотрев условие статического равновесия задней внешней зоны при проектировании всех сил на ось X (см. рис. 2), получим:

$$\Sigma F_{x123} = \sigma_{\Gamma12}h_{02}/2 - K_{c02}L_{12} + \sigma_{\Gamma23}h_{01}/2 - K_{c01}L_{23} = 0, \quad (11)$$

где $h_{01}/2$, $h_{02}/2$ – исходные геометрические параметры прокатываемой полосы, являющиеся одновременно проекциями характеристик 23 и 12 на вертикальную плоскость, то есть, на ось Y;

$L_{23} = (h_{01}/2)/\text{tg}\varphi_{23} = h_{01}/2$, $L_{12} = h_{02}/2\text{tg}(\pi/4 + \Delta\varphi_2)$ – проекции тех же характеристик на горизонтальную плоскость, то есть на ось X.

В результате подстановки выражения (10), уравнение (9) после соответствующих математических преобразований сводится к виду:

$$K_{c02}[2\Delta\varphi_2 + \sin 2(\pi/4 + 2\Delta\varphi_2)] - K_{c01} = 0, \quad (12)$$

где непосредственное определение искомого значения $\Delta\varphi_2$ в зависимости от известных значений K_{c01} и K_{c02} производили итерационно на основе численного метода целенаправленного перебора вариантов.

С учетом же подстановки выражения (10) и известного значения $\Delta\varphi_2$ в условие (11) величина гидростатического напряжения $\sigma_{\Gamma 23}$ в окончательном виде может быть определена как:

$$\sigma_{\Gamma 23} = [K_{c01} h_{01}/2 + K_{c02} h_{02}/2 \operatorname{tg}(\pi/4 + \Delta\varphi_2) - 2K_{c02} \Delta\varphi_2 h_{02}/2] / (h_0/2). \quad (13)$$

Аналогичные решения могут быть выполнены и по отношению к характеристике 345 (см. рис. 2), при этом по аналогии с (12) и (13), получим:

$$K_{c12} [2\Delta\varphi_4 + \sin 2(\pi/4 + \Delta\varphi_4)] - K_{c11} = 0;$$

$$\sigma_{\Gamma 34} = [K_{c11} h_{11}/2 + K_{c12} h_{12}/2 \operatorname{tg}(\pi/4 + \Delta\varphi_4) - 2K_{c12} \Delta\varphi_4 h_{12}/2] / (h_1/2), \quad (14)$$

что свидетельствует о строгом количественном соответствии $\Delta\varphi_4 = \Delta\varphi_2$ и $\sigma_{\Gamma 34} = \sigma_{\Gamma 23}$.

С учетом известных значений $\Delta\varphi_2$ и $\sigma_{\Gamma 23}$ согласно (10) могут быть определены и гидростатические напряжения $\sigma_{\Gamma 12}$, а вместе с этим и энергосиловые параметры рассматриваемого процесса. В частности, нормальные p_c и касательные τ_c контактные напряжения, а вместе с ними и интегральные, приведенные к единице ширины, значения силы P/B и момента M/B прокатки в этом случае составят:

$$p_c = \sigma_{\Gamma 12} + \sin 2(\varphi_{12} - \alpha) = \sigma_{\Gamma 23} + 2K_{c02} \Delta\varphi_2 + \sin 2(\pi/4 + \Delta\varphi_2 - \alpha); \quad (15)$$

$$\tau_c = p_c \operatorname{tg} \alpha; \quad (16)$$

$$P/B = (p_c + \tau_c \operatorname{tg} \alpha) L; \quad (17)$$

$$M/B = 2\tau_c L R / \cos \alpha. \quad (18)$$

Здесь следует указать на то, что эти же значения угловой характеристики $\Delta\varphi_2$ и гидростатического напряжения $\sigma_{\Gamma 23}$ могут быть использованы для определения и нормальных осевых напряжений σ_{y1} , σ_{x1} , σ_{y2} , σ_{x2} :

$$\sigma_{y1} = \sigma_{\Gamma 23} + K_{c01} \sin 2\varphi_{23} = \sigma_{\Gamma 23} + K_{c01};$$

$$\sigma_{x1} = \sigma_{\Gamma 23} - K_{c01} \sin 2\varphi_{23} = \sigma_{\Gamma 23} - K_{c01}; \quad (19)$$

$$\sigma_{y2} = \sigma_{\Gamma 12} + K_{c02} \sin 2\varphi_{12} = \sigma_{\Gamma 23} + 2K_{c02} \Delta\varphi_2 + K_{c02} \sin 2(\pi/4 + \Delta\varphi_2);$$

$$\sigma_{x2} = \sigma_{\Gamma 12} - K_{c02} \sin 2\varphi_{12} = \sigma_{\Gamma 23} + 2K_{c02} \Delta\varphi_2 - K_{c02} \sin 2(\pi/4 + \Delta\varphi_2), \quad (20)$$

а полученные в этом случае количественные оценки данных напряжений могут быть использованы при дальнейших расчетах.

В качестве численной реализации представленных методик, задавшись начальными данными, определим значение силы прокатки, приведенное к единицы ширины в зависимости от отношения $\Delta t/t_{cp} = \frac{t_1 - t_2}{(t_1 + t_2)/2}$ (рис. 3).

Из графика видно, что метод верхней оценки дает завышенные значения силы прокатки, но применение того или иного метода весьма обосновано для конкретного случая. Также по графику представленному на рис. 3, можно судить о изменении силы прокатки в зависимости от разности температур в средних и наружных сечениях прокатываемого металла.

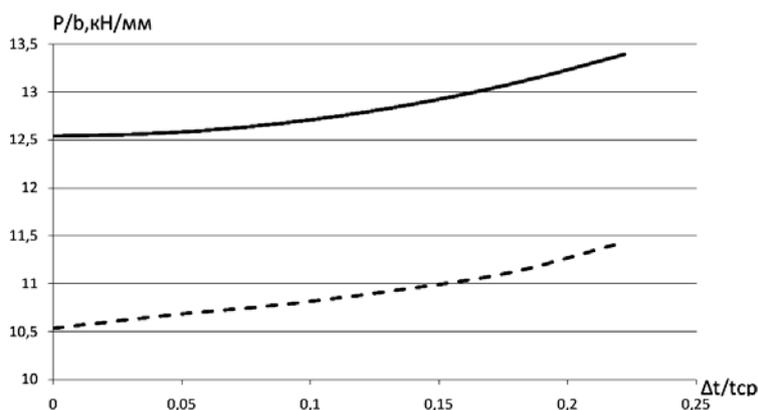


Рис. 3. График зависимости силы прокатки от величины $\Delta t / t_{ср}$:

(—) на основе метода верхней оценки; (-----) на основе метода нижней оценки ($h_0 = 100$ мм; $\varepsilon = 0,2$; $R = 500$ мм; $V = 3$ м/с; сталь 3кп; $t_1 = 900 \dots 1000$ °С; $t_2 = 900 \dots 800$ °С)

ВЫВОДЫ

На основе метода верхней оценки в его численной интерпретации, заключающейся в автоматизированном построении и последующем анализе кинематически возможных полей характеристик в физической плоскости и плоскости годографа скоростей, соответствующих минимуму суммарной мощности внутренних сил, уточнены и расширены в объеме предоставляемой информации математические модели, учитывающие неоднородность механических свойств по толщине подката. Аналогичная задача решена с использованием метода нижней оценки, заключающегося в численном построении и последующем анализе полей характеристик в физической плоскости, соответствующих условиям статического равновесия. Основными отличительными особенностями полученных в этом случае математических моделей являются расчет энергосиловых параметров и результирующих геометрических характеристик с учетом реального характера распределений механических свойств по длине и высоте очага деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бровман М. Я. К расчету энергосиловых параметров процесса прокатки многослойных полиметаллических листов и полос / М. Я. Бровман, А. В. Сатонин, Д. В. Чуков // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1991. – № 1. – С. 39–41.
2. Коновалов Ю. В. Справочник прокатчика. Справочное издание в 3-х книгах. Книга 1. Производство горячекатаных листов и полос / Ю. В. Коновалов. – М.: Теплотехник, 2010. – 608 с.
3. Бровман М. Я. Применение теории пластичности в прокатке / М. Я. Бровман. – М.: Металлургия. – 1991. – 256 с.
4. Потапкин В. Ф. Метод полей линий скольжения в исследовании процессов прокатки / В. Ф. Потапкин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: зб. наук. пр. – Краматорськ: ДДМА. – 2002. – С. 145–165.
5. Томленов А. Д. Теория пластического деформирования металлов / А. Д. Томленов. – М.: Металлургия, 1972. – 408 с.

Сатонин А. В. – д-р техн. наук, проф. кафедры АММ ДГМА;
 Бобух В. И. – нач. отдела ЗАО «НКМЗ»;
 Жуков П. Л. – студент ДГМА;
 Картавенко А. С. – студент ДГМА.

ЗАО «НКМЗ» – ЗАО «Новокраматорский машиностроительный завод», г. Краматорск;
 ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua